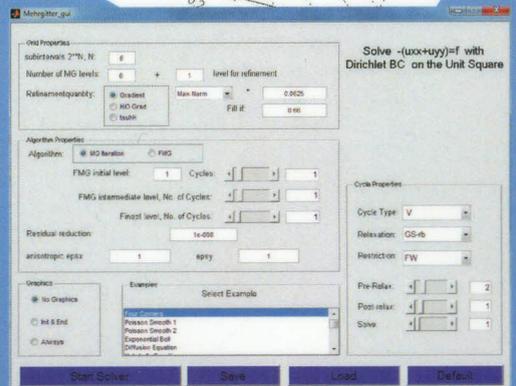
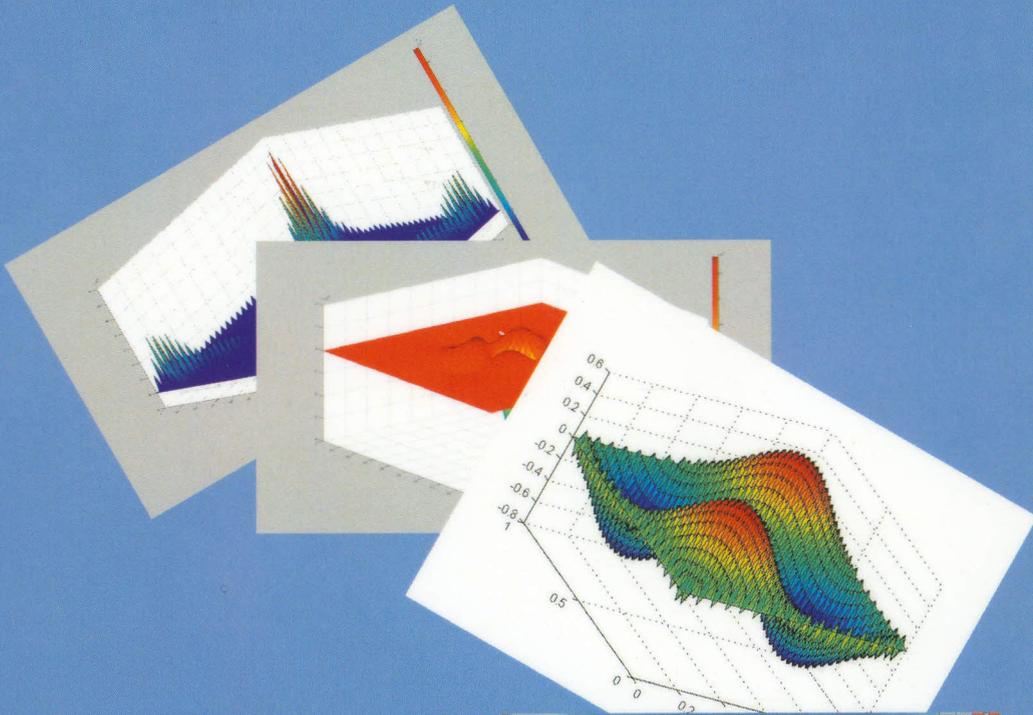


Grundlagen der Mehrgittermethode

Einführung in Standardverfahren



Berichte aus der Mathematik

Wolfgang Joppich

Grundlagen der Mehrgittermethode

Einführung in Standardverfahren

Shaker Verlag
Aachen 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Partielle Differentialgleichungen und Diskretisierungstechniken – Grundlagen	3
2.1	Grundbegriffe	3
2.2	Typeinteilung partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung	7
2.3	Diskretisierungstechniken	9
2.3.1	Die Idee des Ansatzes mit finiten Elementen	9
2.3.2	Die Idee der Diskretisierung mit finiten Volumina	12
2.3.3	Approximationen mit finiten Differenzen	14
2.3.4	Differenzenformeln	16
3	Stetige und diskrete Modellprobleme	21
3.1	Modellprobleme und Diskretisierungen	21
3.2	Grundlegende iterative Verfahren	27
3.2.1	Praktische Konvergenzanalyse	31
3.2.2	Konvergenz Gauß-Seidel- und Jakobi-Verfahren	36
3.2.3	Glättung von Gauß-Seidel- und Jakobi-Verfahren	39
4	Das Mehrgitterprinzip	49
4.1	Die Idee der Grobgitterkorrektur	49
4.2	Das Mehrgitterkorrekturschema	53
5	Standardkomponenten der Mehrgitterverfahrens	59
5.1	Diskretisierung und Gitter	59
5.2	Relaxation	66
5.3	Vergrößerungsstrategie	70

5.4	Grobgitteroperator	72
5.5	Mehrgitterzyklus	74
5.6	Restriktion	78
5.7	Interpolation	83
6	Ausgewählte Modellprobleme	91
7	Mehrgitterverfahren für nichtlineare Probleme – das FAS Schema	99
8	Full Multigrid	105
9	Lokale Verfeinerungen im Mehrgitterverfahren	111
9.1	Die Multi Level Adaptive Technik (MLAT)	112
9.2	Der relative lokale Diskretisierungsfehler als Verfeinerungsmerkmal	116
10	Mehrgitterverfahren für parabolische Anfangsrandwertaufgaben	119
10.1	Die 1D-Diffusionsgleichung	121
10.2	Die 2D-Diffusionsgleichung	125
10.3	Allgemeine 2D-Probleme	130
10.4	Mehrgitterverfahren je Zeitschritt	131
11	Systeme Partieller Differentialgleichungen	133
12	Hilfsmittel zur Effizienzanalyse	139
12.1	Globale Zweigitteranalyse - Modellproblemanalyse	140
A	Beispielprogramm in FORTRAN 77	147
B	MATLAB MG Programm mit GUI	156
B.1	Voraussetzungen	157

B.2	Auswahlmöglichkeiten	158
B.3	Parametergruppierungen des GUI	159
B.4	Datenstruktur	167
B.5	Funktionen	169
B.5.1	Funktionen zum Erstellen oder Erweitern der Datenstruktur	169
B.5.2	Initialisieren von Gitterfunktionen	170
B.5.3	Berechnen neuer Werte für Gitterfunktionen	174
B.5.4	Bereitstellen von Strukturinformationen	175
B.5.5	Gitterverfeinerung	175
B.5.6	Kommunikation zwischen Patches	177
B.5.7	Grafikausgabe	178
B.6	Übergabeparameter für v04 strfasfmg	183
B.7	Treiberprozedur	184